

**Tutorato di Statistica 1 del 13/12/2010**  
**Docente: Prof.ssa Enza Orlandi**  
**Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco**

**Esercizio 1.**

Siano  $X_1, \dots, X_n$  v.a. distribuite come  $N(\mu, \sigma^2)$  con  $\mu$  nota.  
Si vuole testare il test:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 \end{cases}$$

Trovare il test più potente di livello  $\alpha = 0,05$  sapendo che  $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$ .

**Esercizio 2.**

Sia  $X_1, \dots, X_n$  un c.c. dalla distribuzione  $N(\mu, 5)$  e sia  $n = 20$ . Vogliamo testare  $H_0 : \mu_0 = 7$  contro  $H_1 : \mu_1 > 7$

Trovare il test uniformemente più potente di livello 0.05.

Per il test ricavato calcolare la funzione di potenza in  $\mu = 7.5; \mu = 8; \mu = 8.5; \mu = 9$ .

**Esercizio 3. (Esame 7 giugno 2010)**

Siano  $X_1, \dots, X_n$  v.a. iid estratte da una popolazione  $N(\mu, \sigma^2)$  con  $\mu$  e  $\sigma^2$  sconosciuti.  
Si vuole verificare  $H_0 : \sigma^2 = 1$  contro  $H_1 : \sigma^2 > 1$ .

Si calcoli la zona di rifiuto  $R$  come la funzione  $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  per un test di ampiezza  $\alpha$  usando il rapporto di verosomiglianza generalizzato.

Si dica inoltre cosa si intende per test uniformemente più potente di ampiezza  $\alpha$ .

Il test trovato è un test uniformemente più potente? Motivare.

**Esercizio 4.**

Sia  $X_1, \dots, X_n$  v.a. i.i.d. estratti da una popolazione con funzione di densità:  
 $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta}$  con  $x, \theta > 0$ .

1. Valutare se la distribuzione appartiene alla famiglia esponenziale.
2. Trovare una statistica sufficiente.
3. Valutare se la media campionaria  $\bar{X}$  è uno stimatore corretto per  $\theta$ . Altrimenti correggerlo.
4. Calcolare l'MSE dello stimatore corretto calcolato al punto precedente.
5. Calcolare lo stimatore di massima verosomiglianza di  $\theta$ , vedere se è corretto. Trovare l'UMVUE.

**Esercizio 5.**

Supponiamo che un segnale avente valore  $\mu$  sia trasmesso da una stazione A e il valore ricevuto dalla stazione B è distribuito come una  $N(\mu, 4)$ . Quindi quando  $\mu$  è inviato il valore ricevuto è  $\mu + U$  dove  $U \sim N(0, 4)$  e rappresenta il rumore nella trasmissione. Per ridurre l'errore supponiamo che il valore è stato inviato per 9 volte. Se i rispettivi valori ricevuti sono:

5, 8.5, 12, 15, 7, 9, 7.5, 6.5, 10.5

cercare un intervallo di confidenza per  $\mu$  al 95%.